

C. Açık Önerme Ve Niceleyiciler

- İçinde en az bir değişken bulunan ve bu değişkenin değerine göre, doğru ya da yanlış önermelere **açık önerme** denir. Bir açık önermeyi doğrulayan elemanların kümesine **doğruluk kümesi** denir.
- İçinde gibi tek değişken bulunduran bir p açık önermesi
- Bir elemanın niteliğini ifade etmek için önüne **niceleyiciler** konur.
 - ◊ **Her (\forall) Niceleyicisi:** Bütün, tamamı anlamına gelir. Evrensel niceleyicidir.
 - ◊ **Bazı (\exists) Niceleyicisi:** En az bir anlamına gelir. Varlıksal niceleyicidir.

P açık önermesinin değili (olumsuzu);

- $[\exists x, p(x)] \equiv \forall x, p(x)$ dir.
- $[\forall x, p(x)] \equiv \exists x, p(x)$ dir.

KONU DEĞERLENDİRME SORULARI

1) p: $\forall x \in \mathbb{Z}, x < 4$

q: $\exists x \in \mathbb{Z}, x - 2 < 11$

r: $\forall x \in \mathbb{N}, 2 < x < 3$

$\frac{2}{3}x - y = 7$

Yukarıdaki önermeler doğrultusunda p, q, r önermelerinin doğruluk değerlerini sırasıyla yazınız.

Cevap: 0, 0, 1

p önermesi tüm tam sayılar için doğru değildir, örneğin; $5 > 4$ tür. O halde, $p \equiv 0$ olup $p \equiv 1$ dir.

q önermesini sağlayan öyle bir tam sayısı vardır, örneğin; $x = 14$, o halde, $q \equiv 1$ olup $q \equiv 0$ dir.

r önermesini sağlayan bir doğal sayı yoktur. O halde, $r \equiv 0$ olup $r \equiv 1$ dir.

2) $p(x,y): x^3 - y > 0$ açık önermesinin doğruluk değerinin 1 ve 0 olduğu ikili durumlara birer örnek veriniz.

Cevap: Doğruluk değeri 1 ise; (-1,-2) ve 0 ise; (-1,2)

(-1,-2) için, $(-1)^3 - (-2) = 1 > 0$ olup p önermesinin doğruluk değeri 1 olur. (-1,2) için, $(-1)^3 - (2) = -3 > 0$ elde edilir. Bu yanlış bir önerme olup doğruluk değeri 0 olur.

3) Aşağıdaki tabloda a,b,c,d ifadelerinin değerlerini bulunuz.

	q	$p' \Rightarrow (q \Leftrightarrow p)$
p		
1	1	a
1	0	b
0	1	c
0	0	d

Cevap: 1, 1, 0, 1

İlk olarak \Leftrightarrow ifadesini inceleyelim.

$$1 \Leftrightarrow 1 \equiv 1$$

$$1 \Leftrightarrow 0 \equiv 0$$

$$0 \Leftrightarrow 1 \equiv 0$$

$$0 \Leftrightarrow 0 \equiv 1$$

Şimdi, $p' \Rightarrow (q \Leftrightarrow p)$ inceleyelim.

$p=1$ ve $q \Leftrightarrow p=1$ ise, $p' \Rightarrow 1=0 \Rightarrow 1 \equiv 1$ dir.

$p=1$ ve $q \Leftrightarrow p=0$ ise, $p' \Rightarrow 0=0 \Rightarrow 0 \equiv 1$ dir.

$p=0$ ve $q \Leftrightarrow p=0$ ise, $p' \Rightarrow 1=1 \Rightarrow 0 \equiv 0$ dir.

$p=0$ ve $q \Leftrightarrow p=1$ ise, $p' \Rightarrow 1=1 \Rightarrow 1 \equiv 1$ dir.