

İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler ve İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklemler Konu Anlatımı

İKİNCİ DERECEDEDEN İKİ BİLİNMEYENLİ DENKLEM SİSTEMLERİ

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

biçimindeki denklemlere **ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem** adı verilir.

İkinci dereceden iki bilinmeyenli iki denklemden oluşan sisteme de **ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi** denir.

Buradaki a, b, c, d, e ve f denklemin katsayılarıdır. Bu denklem;

$a = b = c = 0, d \neq 0$ veya $e \neq 0 \Rightarrow dx + ey + f = 0$ doğru denklemi,

$b = c = 0, a \neq 0$ veya $e \neq 0 \Rightarrow ax^2 + dx + ey + f = 0$ parabol denklemi,

$b = d = e = 0, a = c = 1$ ve $f = -1 \Rightarrow x^2 + y^2 - 1 = 0$ birim çember denklemi olur.

Verilen denklemlerden en az bir tanesi ikinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklem olmak üzere iki denklemden oluşan sisteme ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi denir. Bu denklem sistemini sağlayan (x,y) sıralı ikililerinin kümesi verilen sistemin çözüm kümesidir. Örnek:

$$x^2 - 2y^2 = -10$$

$$x^2 + y^2 = 20$$

ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sisteminin çözüm kümesini bulalım.

Çözüm Alttaki denklemi 2 ile çarpıp taraf tarafa toplayarak

$$x^2 - 2y^2 = -10$$

$$2/x^2 + y^2 = 20$$

$$x^2 - 2y^2 = -10$$

$$x^2 + 2y^2 = 40$$

$$2x^2 = 30$$

$$x^2 = 15$$

$x = \pm\sqrt{15}$ bulunur. Bu değer denklemlerden herhangi birinde yerine yazılıp y değerleri bulunur.

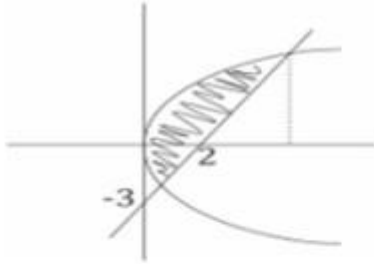
$$15 + y^2 = 20$$

$$y^2 = 5$$

$y = \pm\sqrt{5}$ bulunur.

Ç. $K = \{(\sqrt{15}, \sqrt{5}), (-\sqrt{15}, \sqrt{5}), (\sqrt{15}, -\sqrt{5}), (-\sqrt{15}, -\sqrt{5})\}$ olur.

ÖRNEK



Yukarıdaki koordinat sisteminde $y=f(x)$ parabolü ve d doğrusunun grafikleri verilmiştir.

Buna göre taralı bölgeyi ifade eden eşitsizlik sistemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y - x^2 \geq 0$ $3x - 2y - 6 \geq 0$

B) $x - y^2 \geq 0$ $3x - 2y - 6 \leq 0$

C) $y - x^2 \leq 0$ $2x - 3y - 1 \leq 0$

D) $x - y^2 \geq 0$ $2x - 3y - 6 \leq 0$

E) $x - y^2 \geq 0$ $3x - 2y - 6 \leq 0$

Grafiğe baktığımızda parabolümüzün denklemini:

$x - y^2 \geq 0$ olur. \geq olmasının sebebi düz çizgi olmasıdır ve parabolün içi taralıdır.

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} \leq 1 \text{ olur. } \frac{-3x+2y}{-6} \leq 1 \text{ ise}$$

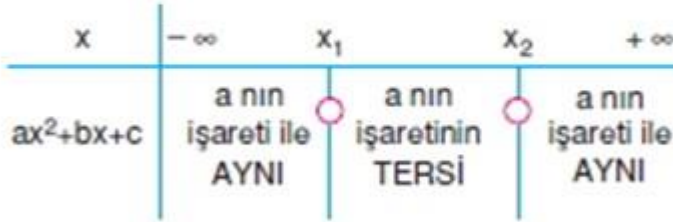
$-3x+2y-6 \leq 0$ olur. \leq olmasının sebebi ve üst tarafı taralı olduğu için \leq kullanılmıştır.

İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİNİN ÇÖZÜM KÜMELERİ

$a \neq 0$, a , b ve $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde

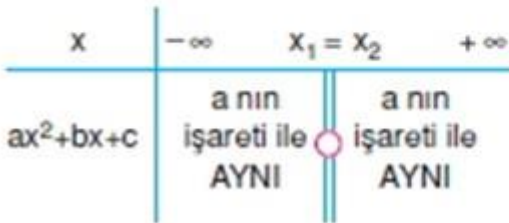
$\Delta > 0$ ise denklemin iki farklı reel kökü vardır. Denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$x_1 < x_2$ ise



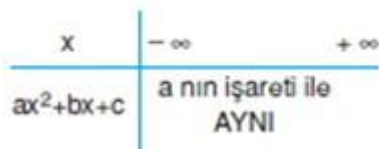
$\Delta = 0$ ise denklemin iki eşit reel kökü vardır. (Çift katlı kök veya çakışık kök) Denklemin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$x_1 = x_2$ ise

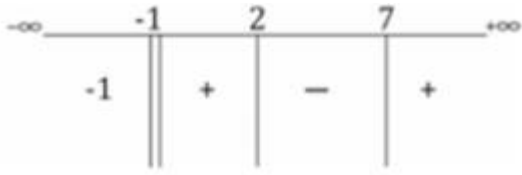


Çift katlı köklerde kökün sağ ve solu aynı işaretlidir.

$\Delta < 0$ ise denklemin reel kökü yoktur.



ÖRNEK



Yukarıda işaret tablosu verilen eşitsizlik aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{(x+1)^{84} \cdot (x-2)^{55}}{(x-7)^8} \geq 0$

B) $\frac{(x-1)^{84} \cdot (x-2)^{65}}{(x-7)^8} \geq 0$

C) $\frac{(x+1)^{84} \cdot (x+2)^{55}}{(x-7)^8} \geq 0$

D) $\frac{(x+1)^{84} \cdot (x-2)^{55}}{(x+7)^8} \geq 0$

E) $\frac{(x-1)^{84} \cdot (x-2)^{55}}{(x+7)^8} \geq 0$