

$n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $a, x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $x^n = a$ eşitliğini sağlayan x değerlerine a 'nın n . kuvvetten kökü denir.

* n çift ise $x = \sqrt[n]{a}$ veya $x = -\sqrt[n]{a}$ dır.

* n tek ise $x = \sqrt[n]{a}$ dır.

Örnek: Karesi 9 olan sayıları bulalım.

3 ve (-3) sayılarının karesi 9 dur.

Örnek: Küpü -8 olan sayıları bulalım.

(-2) sayısının küpü (-8) dir.

$n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere

* $\sqrt[2n+1]{a}$ ifadesinin tanımlı olabilmesi için $a \in \mathbb{R}$ olmalıdır.

* $\sqrt[2n]{a}$ ifadesinin tanımlı olabilmesi için $a \geq 0$ olmalıdır.

Örnek:

$\sqrt{x-5} + \sqrt{11-x}$ ifadesi bir gerçektek sayı belirttiğine göre x ifadesinin değer aralığını bulalım.

2.dereceden yani çift derece kök olduğundan

$x - 5 \geq 0$ olmalı. Buradan

$x \geq 5$ bulunur.

$11 - x \geq 0$ olmalı. Buradan

$11 \geq x$ bulunur.

Ortak çözümde $5 \leq x \leq 11$ olur.

$n > 1$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere

* n tek ise $\sqrt[n]{x^n} = x$ tir.

* n çift ise $\sqrt[n]{x^n} = |x|$ tir.

Örnek: $\sqrt[6]{(-5)^6}$ $\sqrt[9]{(-7)^9}$ $\sqrt[5]{3^5}$ $\sqrt[3]{(-1)^3}$

ifadelerinin eşitlerini bulalım.

Örnek: $x, y \in \mathbb{R}$ ve $x < 0 < y$ olmak üzere

$\sqrt[5]{x^5} + \sqrt[2]{y^2} - \sqrt[8]{(x-y)^8}$ işleminin sonucu kaçtır?

$a, b \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $\sqrt[n]{x^a} = x^{\frac{a}{n}}$ dir.

Örnek: Aşağıda verilen üslü ifadeleri köklü ifadeler biçiminde yazıp değerlerini bulunuz.

$$3^{\frac{3}{5}}$$

$$16^{\frac{1}{2}}$$

$$8^{\frac{2}{3}}$$

$$2^{\frac{2}{3}}$$

$n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $a \in \mathbb{R}^+$ ve $x, y, z \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$x^n \sqrt[n]{a} + y^n \sqrt[n]{a} - z^n \sqrt[n]{a} = (x + y - z)^n \sqrt[n]{a} \text{ dir.}$$

Örnek: $3\sqrt{12} - 4\sqrt{27} + \sqrt{48}$

işleminin sonucu kaçtır?

$n \in \mathbb{Z}^+, n > 1$ ve $x, y \in \mathbb{R}^+$ için $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$ dir.

Örnek: $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3}$ işleminin sonucu kaçtır?

$$n \in \mathbb{Z}^+, n > 1 \text{ ve } x, y \in \mathbb{R}^+ \text{ için } \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}} \text{ dir.}$$

Örnek: $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$ işleminin sonucu kaçtır?

$$\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n \cdot k]{x^{m \cdot k}} = \sqrt[\frac{n}{k}]{x^{\frac{m}{k}}} \text{ dir.}$$

Örnek: $\sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt[5]{x^4}$ işleminin sonucu kaçtır?

* Kök dışındaki bir ifade kök içerisine alınırken ifadenin üssü kökün derecesi ile çarpılır.

Örnek: Aşağıda verilen ifadelerin kat sayılarını kök içerisine alınız.

$$2^2\sqrt{4} \qquad 4\sqrt{3}$$

* Çarpımı rasyonel sayı olan iki ifade birbirinin eşleniğidir.

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b$$

Örnek: Aşağıda verilen ifadelerin eşleniklerini bulunuz.

$$\sqrt{3} \qquad \sqrt{5} - \sqrt{2} \qquad 3 - \sqrt{2}$$

Örnek: Aşağıda verilen ifadelerin paydalarını rasyonel yapınız.

$$\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}}$ biçimindeki köklü ifadelerde $a = x + y$ ve $b = x.y$ olmak üzere

$\sqrt{a \pm 2\sqrt{b}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y}$ ($x > y$) biçiminde yazılır.

Örnek: $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Örnek: $\sqrt{4 - \sqrt{12}}$ işleminin sonucu kaçtır?

Köklü İfade İçeren Denklemler

Değişkenin kök içerisinde yer aldığı denklemlerdir.

Örnek: $\sqrt{x} - 2 = 5$

denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

Örnek: $\sqrt{9^{x+1}} = (\sqrt[3]{27})^x$

denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.

*** Köklü ifade içeren denklemlerin çözümünden elde edilen değerlerin başlangıçtaki denklemi sağlayıp sağlamadığı kontrol edilmelidir.**

Örnek: $\sqrt{x^2 - 5} = x - 5$

denkleminin gerçek sayılar kümesindeki çözüm kümesini bulunuz.